

Las Ecuaciones de Maxwell

Capítulo 40. Halliday y Resnick. Física. Parte 2.

preguntas

1. Explicar, con sus propias palabras, por qué se puede interpretar la Ec. III de la Tabla 40-1 diciendo: "Un campo magnético cambiante puede generar un campo eléctrico."
2. Si existen sistemas de unidades para los cuales ϵ_0 y μ_0 no aparecen (lo cual es cierto), ¿cómo puede ser verdadera la Ec. 40-1?
3. Si un flujo uniforme Φ_B que pasa por el plano de un anillo circular decrece con el tiempo, ¿en qué sentido está el campo magnético inducido (visto en la dirección de E), en el de las manecillas del reloj o contrario a éste? ¿Tiene alguna importancia que (a) el campo eléctrico sea uniforme o (b) que el plano del anillo sea perpendicular al campo eléctrico?
4. Comparar las Tablas 40-1 y 40-2. ¿Resulta suficiente tomar como base los argumentos de simetría para justificar el término "faltante" de la Ec. IV, o en realidad se requiere de una verificación experimental?
5. ¿Por qué resulta fácil demostrar que "un campo magnético cambiante produce un campo eléctrico", pero no lo es demostrar que "un campo eléctrico cambiante produce un campo magnético"?
6. Considérese un círculo de radio $r > R$ en la Fig. 40-1a. ¿Cómo se puede inducir un campo magnético en torno a este círculo, como se muestra en el Ej. 17 Después de todo, no existe un campo eléctrico en la posición del círculo y en este sitio $dE/dt = 0$.
7. En la Fig. 40-1a, la dirección de E es hacia la página y su magnitud está aumentando. Determinar la dirección de B si (a) la dirección de E es hacia la página pero su magnitud está disminuyendo, (b) la dirección de E es hacia afuera de la página y su magnitud está aumentando, (c) la dirección de E es hacia afuera de la página y su magnitud está disminuyendo y (d) E permanece constante.
8. En la Fig. 38-1c se requiere de una corriente de desplazamiento para mantener la continuidad de la corriente en el capacitor. ¿Cómo puede existir tal corriente, considerando que el capacitor no tiene carga?
9. ¿En qué partes del ciclo de la cavidad de la Fig. 38-6 será cero (a) la corriente de conducción y (b) la corriente de desplazamiento?
10. ¿Cuál es el sentido de la corriente de desplazamiento i_d en las Figs. 40-1a y 40-1b? En la misma figura, ¿existe alguna regla que relacione las direcciones de B y de E?
11. ¿Qué ventajas existen al llamar corriente de desplazamiento al término $\epsilon_0 d\Phi_E/dt$ de la Ec. IV de la Tabla 40-2?
12. ¿Por qué es tan fácil detectar los efectos magnéticos de las corrientes de conducción en alambres, pero tan difícil detectar los efectos magnéticos de las corrientes de desplazamiento en los capacitores?
13. Discutir las variaciones de las cargas respecto al tiempo, en un ciclo completo, que aparecen en diferentes puntos de las paredes internas de la cavidad electromagnética oscilante de la Fig. 38-6.
14. ¿Es de esperar que la disposición de los campos eléctrico y magnético de la Fig. 40-2 sea la única posible? Si pueden existir otras disposiciones, ¿se esperaría que tuviesen frecuencias mayores o menores que las indicadas en la Fig. 40-2?
15. En relación con la Fig. 40-3, ¿en qué sentido se pueden considerar como las placas de un capacitor a las superficies de los extremos? ¿En qué sentido se puede conside-

rar como un inductor a la pared cilíndrica? (Nota: Está claro que la Fig. 40-3 es un caso de elementos distribuidos, pero debe existir una transición suave de elementos distribuidos a elementos agrupados.)

16. (a) ¿Se puede aplicar, de manera útil, la ley de Faraday al círculo de trazos de la Fig. 40-2a? (b) ¿Se puede aplicar, de manera útil, la ley de Ampère al rectángulo de trazos de la Fig. 40-2b? Discutir la respuesta.

Campos magnéticos inducidos

SECCION 40-2

- (a) ¿Resulta convincente que el campo magnético inducido, en las condiciones de la Fig. 40-1, sea mayor en las orillas del capacitor? (b) Hacer una gráfica esquemática de $B(r)$ desde $r = 0$ hasta $r \gg R$.
- Dado un capacitor de $1.0 \mu\text{F}$, ¿de qué manera se podría establecer una corriente de desplazamiento (instantánea) de 1.0 A en el espacio entre sus placas?
- Probar que la corriente de desplazamiento en un capacitor de placas paralelas puede escribirse como

$$i_d = C \frac{dV}{dt}$$

problemas

- En 1929, M. R. Cauweberghe pudo medir directamente, por primera vez, la corriente de desplazamiento i_d entre las placas de un capacitor de placas paralelas al cual le aplicó una diferencia de potencial altamente, como lo sugiere la Fig. 40-1. Utilizó placas circulares cuyo radio efectivo era de 40 cm y cuya capacitancia era de $1.0 \times 10^{-10} \text{ F}$. La diferencia de potencial aplicada tenía un valor máximo V_m de 174 kV a una frecuencia de 50 Hz . (a) ¿Cuál es el valor máximo de la corriente de desplazamiento que aparece entre las placas? (Véase el Prob. 3.) (b) ¿Por qué se escogió un valor tan grande de la diferencia de potencial aplicada? [Estas medidas eran tan delicadas que sólo pudieron realizarse en una forma directa, 160 años después de que Maxwell enunciara el concepto de corriente de desplazamiento! La referencia es: *Journal de Physique* Núm. 8, Pág. 303 (1929).]

Corriente de desplazamiento

SECCION 40-3

- La Fig. 40-4 muestra las placas P_1 y P_2 de un capacitor de placas paralelas de radio R . Las placas están conectadas, como se indica, a alambres largos en los que existe una corriente de conducción constante i . A_1 , A_2 y A_3 son círculos hipotéticos de radio r , dos de los cuales están fuera del capacitor y el otro dentro de las placas.

Hallar la magnitud de B en los casos A_1 , A_2 y A_3

Respuesta: $\frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ en todos los casos.

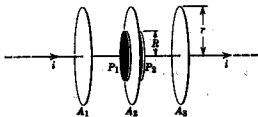


Figura 40-4
Prob. 5.

- En el Ej. 1, demostrar que la densidad de corriente de desplazamiento i_d , cuando $r < R$, esta dada por

$$j_d = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

- Como se muestra en la Fig. 40-5, un capacitor de placas paralelas tiene placas cuadradas de 1.00 m de lado. Existe una corriente de carga de 2.00 A que fluye hacia (y sale del) capacitor. (a) ¿Cuál es la corriente de desplazamiento a través de la región entre las placas? (b) ¿Cuál es el valor de dE/dt en esta región? (c) ¿Qué corriente de desplazamiento cruza la trayectoria de trazos cuadrada entre las pla-

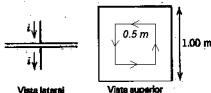


Figura 40-5
Prob. 7.

cas? (d) ¿Cuál es el valor de $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ en torno a esa trayectoria cuadrada?

Respuesta: (a) 2.00 A. (b) 2.3×10^{11} V/m · s. (c) 0.50 A. (d) 6.3×10^{-7} T · m.

8. El Capacitor de la Fig. 40-6 consta de dos placas circulares cuya área $A = 0.10 \text{ m}^2$ está conectada a una fuente de potencial $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$, en donde $\mathcal{E}_m = 200 \text{ V}$ y $\omega = 100 \text{ rad/s}$. El valor máximo de la corriente de desplazamiento es $i_d = 8.9 \times 10^{-8} \text{ A}$. Ignorar el efecto de curvatura del campo eléctrico en las orillas de las placas. (a) ¿Cuál es el valor máximo de la corriente i ? (b) ¿Cuál es el valor máximo de $d\Phi_E/dt$, en donde Φ_E es el flujo eléctrico a través de la región entre las placas? (c) ¿Cuál es la separación d entre las placas? (d) Determinar el valor máximo de la magnitud de \mathbf{B} entre las placas a una distancia $R = 0.10 \text{ m}$ del centro.

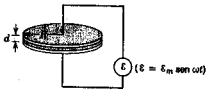


Figura 40-6

Prob. 8.

9. En el Ej. 1, ¿de qué manera varía con r la corriente de desplazamiento a través de una espira circular concéntrica de radio r ? Considérense los dos casos: (a) $r < R$ y (b) $r > R$.

Respuesta: (a) $\pi \epsilon_0 R^2 (dE/dt)$. (b) $\pi \epsilon_0 R^2 (dE/dt)$.

10. Un capacitor de placas circulares paralelas, de 20.0 cm de diámetro, se carga como se indica en la Fig. 40-1a. La densidad de la corriente de desplazamiento es uniforme en toda la región, está dirigida hacia adentro de la página del diagrama y tiene un valor de 20.0 A/m^2 . (a) Calcular el campo magnético \mathbf{B} a una distancia $R = 5.0$ cm del eje de simetría de la región. (b) Calcular dE/dt en esta región.
11. Identificar la ecuación de Maxwell que sea equivalente, o incluya a, los siguientes enunciados: (a) Las líneas de fuerza eléctricas sólo terminan en cargas eléctricas. (b) La corriente de desplazamiento. (c) En condiciones estáticas no puede existir carga en el interior de un conductor. (d) Un campo eléctrico cambiante debe estar acompañado de un campo magnético. (e) El flujo magnético total a través de una superficie cerrada siempre es cero. (f) Un campo magnético cambiante debe estar acompañado de un campo eléctrico. (g) Las líneas de flujo magnético no terminan. (h) El flujo eléctrico total a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga total en su interior. (i) Una carga eléctrica siempre está acompañada de un campo eléctrico. (j) No existen monopolos magnéticos. (k) Una corriente eléctrica siempre está acompañada de un campo magnético. (l) La ley de Coulomb. (m) El campo electrostático es conservativo.

Respuesta: Véase la Tabla 40-2. (a) I. (b) IV. (c) I. (d) IV. (e) II. (f) III. (g) II. (h) I. (i) I. (j) II. (k) IV. (l) I. (m) III.

12. Encontrar y tabular las expresiones de las cuatro cantidades siguientes, considerando tanto $r < R$ como $r > R$. Copiar detalladamente las demostraciones y estudiarlas como aplicaciones interesantes de las ecuaciones de Maxwell a problemas con simetría cilíndrica. (a) $B(r)$ producido por una corriente i a lo largo de un alambre largo de radio R (véase la Sec. 34-2). (b) $E(r)$ producido por un cilindro de carga uniforme de radio R (véase la Sec. 28-8; también el Prob. 27, Cap. 28). (c) $B(r)$ producido por un capacitor de placas paralelas, con placas circulares de radio R , en el cual E cambia con un ritmo constante (véase la Sec. 40-2). (d) $E(r)$ producido por una región cilíndrica de radio R en la cual un campo magnético uniforme \mathbf{B} cambia con un ritmo constante (véase la Sec. 35-5).

13. Una barra cilíndrica, conductora, larga de radio a , está centrada en el eje x , como se muestra en la Fig. 40-7. En $x = b$ se le hace un corte delgado con una sierra. Hacia la derecha fluye una corriente de conducción i que aumenta con el tiempo según $i = \alpha t$; α es una constante de proporcionalidad positiva. En $t = 0$ no hay carga en las caras del corte cercano a $x = b$. (a) Determinar la magnitud de la carga sobre estas caras, como una función del tiempo. (b) Usar la Ec. I de la Tabla 40-2 para determinar el valor de E en el espacio cortado, como una función del tiempo. (c) Hacer un esquema de las líneas de \mathbf{B} para $r < a$, en donde r es la distancia al eje x . (d) Usar la Ec. IV de la Tabla 40-2 para determinar $B(r)$ en el espacio cortado para $r < a$. (e) Comparar la respuesta anterior con $B(r)$ en la barra para $r < a$.

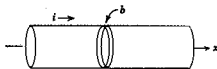


Figura 40-7

Prob.13.

Respuesta: (a) $\frac{1}{2}\alpha a^2$. (b) $\alpha t^2/2\pi \epsilon_0 a^2$. (c) Cuando la barra de la Fig. 40-7 se observa de izquierda a derecha a lo largo de su eje, las líneas de \mathbf{B} forman círculos en el sentido de las manecillas del reloj, tanto en la barra como en el espacio cortado. (d) $\mu_0 \alpha t r^2/2\pi a^2$. (e) Igual que en (d).

14. Utilizando las definiciones del flujo Φ , la densidad volumétrica de carga ρ y la densidad de corriente \mathbf{J} , escribir las cuatro ecuaciones de Maxwell de la Tabla 40-2, en tal forma que los flujos, las corrientes y las cargas aparezcan como integrales de volumen o de superficie.

SECCION 40-4

15. Suponer que la existencia de los monopolos magnéticos es un hecho establecido experimentalmente. (a) ¿Qué modificaciones habría que hacer a las ecuaciones de la Tabla 40-2? Sea q_m la expresión para la intensidad de los monopolos magnéticos supuestos, en analogía con la carga eléctrica básica e . (b) ¿Cuál sería la unidad del SI que tendría q_m ?

$$\text{Respuesta: } [a] \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = q_m, \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt} + \mu_0 \frac{dq_m}{dt},$$

sin que cambiaran las otras ecuaciones. (b) $A \cdot m$.

16. Una propiedad de autoconsistencia de dos de las ecuaciones de Maxwell (las numeradas con III y IV en la Tabla 40-2). Como se muestra en la Fig. 40-8, dos trayectorias cerradas adyacentes $abcd$ y $efce$ comparten la orilla común bc . (a) Aplicar la ecuación $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -d\Phi_m/dt$ por separado a cada una de estas trayectorias cerradas. Demostrar, de este solo hecho, que la ecuación $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -d\Phi_m/dt$ se satisface automáticamente en la trayectoria compuesta $abefcd$. (b) Repetir el cálculo utilizando la expresión $\frac{1}{\mu_0} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = i + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$.



figura 40-8
Probl. 16.

17. Una propiedad de autoconsistencia de dos de las ecuaciones de Maxwell (las numeradas con I y II en la Tabla 40-2). Como se muestra en la Fig. 40-9, dos paralelepípedos adyacentes comparten una cara común. (a) Aplicar la ecuación $\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = q$ por separado a cada una de las superficies cerradas. Demostrar de este solo hecho, que se cumple la ecuación $\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = q$ automáticamente en la superficie cerrada compuesta. (b) Repetir el cálculo utilizando la expresión $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0$.



figura 40-9
Probl. 17.

SECCION 40-5 Ecuaciones de Maxwell en una cavidad

18. Una cavidad electromagnética cilíndrica de 5.0 cm de diámetro y 7.0 cm de longitud, oscila en el modo mostrado en la Fig. 38-6. (a) Suponer que $E_m = 10^4$ V/m en los puntos del eje de la cavidad. ¿Cuál debe ser el ritmo máximo de cambio $(dE/dt)_m$ en tales puntos axiales. (b) Suponer que el valor promedio de $(dE/dt)_m$ en todos los puntos a lo largo de la sección transversal de la cavidad es aproximadamente de la mitad del valor obtenido para los puntos axiales. Con esta suposición, ¿cuál es el valor máximo de B en la superficie cilíndrica de la cavidad?
19. El principio de la continuidad de la corriente puede expresarse, en términos microscópicos, como

$$\oint (\mathbf{j} + \mathbf{j}_d) \cdot d\mathbf{S} = 0,$$

en donde \mathbf{j} es la densidad de corriente de conducción y \mathbf{j}_d es la densidad de corriente de desplazamiento. La integral debe calcularse sobre cualquier superficie cerrada; en esencia, esta ecuación indica que cualquier corriente que fluya hacia un volumen también debe salir de él. (a) Aplicar esta ecuación a la superficie mostrada con una línea de trazos en Fig. 40-10, poco tiempo después de que se haya cerrado el interruptor S . (b) Aplicar la ecuación a diferentes superficies que puedan trazarse en torno a la cavidad de la Fig. 40-3, incluyendo algunas que corten las paredes de la cavidad.

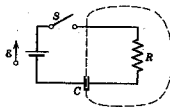


figura 40-10
Probl. 19.